

整式精炼（二）（加油站）

一、整体思想求值

1. 已知 $a + b = 4$ ， $c - d = -3$ ，则 $(b + c) - (d - a)$ 的值为（ ）。

- A. 7 B. -7 C. 1 D. -1

【答案】 C

【解析】 $\because a + b = 4$ ， $c - d = -3$ ，

$$\therefore \text{原式} = b + c - d + a$$

$$= (a + b) + (c - d)$$

$$= 4 - 3$$

$$= 1.$$

故选C.

【标注】 【知识点】 整式加减化简求值-整体代入化简求值

2. 已知 $a - b = 1$ ，则代数式 $2a - 2b - 3$ 的值是（ ）。

- A. 1 B. -1 C. 5 D. -5

【答案】 B

【解析】 根据添括号法则，由 $2a - 2b - 3 = 2(a - b) - 3$ ，整体代入 $a - b = 1$ ，可得原式

$$= 2 \times 1 - 3 = -1.$$

故选：B.

【标注】 【知识点】 整式加减化简求值-整体代入化简求值

3. 如果 $a - b = 3$ ， $ab = -1$ ，则代数式 $3ab - a + b - 2$ 的值是 _____。

【答案】 -8

【解析】 $\because a - b = 3$ ， $ab = -1$ ，

$$\therefore 3ab - a + b - 2 = 3ab - (a - b) - 2 = 3 \times (-1) - 3 - 2 = -3 - 3 - 2 = -8.$$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-整体代入化简求值

4. 已知代数式 $x + 2y + 1$ 的值是3，则代数式 $2x + 4y + 1$ 值是 ____ . (写过程)

【答案】 5

【解析】 $\because x + 2y + 1 = 3$, 即 $x + 2y = 2$,
 $\therefore$ 原式 $= 2(x + 2y) + 1 = 4 + 1 = 5$,
故答案为 : 5 .

【标注】【知识点】整式加减化简求值-整体代入化简求值

5. 化简求值：已知 $2a + b = 3$ ，求代数式 $3(a - 2b) + 5(a + 2b - 1) - 1$ 的值 .

【答案】 6 .

【解析】 原式 $= 3a - 6b + 5a + 10b - 5 - 1$
 $= 8a + 4b - 6$,
 $\because 2a + b = 3$,
 $\therefore 8a + 4b = 12$,
 $\therefore$ 原式 $= 12 - 6 = 6$.

【标注】【知识点】整式加减化简求值-整体代入化简求值

6. 已知 $x^2 - 2y - 5 = 0$ ，求 $3(x^2 - 2xy) - (x^2 - 6xy) - 4y$ 的值 .

【答案】 10 .

【解析】 $3(x^2 - 2xy) - (x^2 - 6xy) - 4y$
 $= 3x^2 - 6xy - x^2 + 6xy - 4y$
 $= 2x^2 - 4y ,$
 $\because x^2 - 2y - 5 = 0 ,$
 $\therefore x^2 - 2y = 5 ,$
 $\therefore \text{原式} = 10 .$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

7. 先化简、再求值：

已知 $3a - 2b = -2$ ，求代数式 $3(2ab^2 - 5a + b) - 2(3ab^2 - 3a) + 3b$ 的值 .

【答案】 6 .

【解析】 原式 $= 6ab^2 - 15a + 3b - 6ab^2 + 6a + 3b$
 $= -9a + 6b .$
 $\because 3a - 2b = -2 ,$
 $\therefore \text{原式} = -9a + 6b$
 $= -3(3a - 2b)$
 $= -3 \times (-2)$
 $= 6 .$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

8. 先画简，再求值： $(m - 5n + 4mn) - 2(2m - 4n + 6mn)$ ，其中 $m - n = 4$ ， $mn = -3$.

【答案】 12 .

【解析】 原式 = $m - 5n + 4mn - 4m + 8n - 12mn$

$$= -3(m - n) - 8mn ,$$

$$\text{当 } m - n = 4 , mn = -3 \text{ 时 , 原式} = -3 \times 4 - 8 \times (-3) = 12 .$$

【标注】 【知识点】 整式乘除化简求值-整体代入化简求值

9. 已知 $x^2 + 2xy = 5$, $4xy + y^2 = 6$, 求 $3x^2 + 14xy + 2y^2 - 21$ 的值 .

【答案】 6 .

【解析】 原式 = $3(x^2 + 2xy) + 2(4xy + y^2) - 21 = 3 \times 5 + 2 \times 6 - 21 = 6 .$

【标注】 【知识点】 整式加减化简求值-整体代入化简求值

10. 已知 $a^2 + b^2 = 5$, $ab = -2$, 求代数式 $2(4a^2 + 2ab - b^2) - 3(5a^2 - 3ab + 2b^2) + b^2$ 的值 .

【答案】 -61 .

【解析】 原式 $= 8a^2 + 4ab - 2b^2 - 15a^2 + 9ab - 6b^2 + b^2$,
 $= -7a^2 + 13ab - 7b^2$,
 $= -7(a^2 + b^2) + 13ab$,
当 $a^2 + b^2 = 5$, $ab = -2$ 时 ,
原式 $= -35 - 26 = -61$.

【标注】 【知识点】 整式加减化简求值-整体代入化简求值

11. 已知 $2b - a = -3$, 求代数式 $2(b + 2a - 1) - (3a - 4) - 2a$ 的值 .

【答案】 -1 .

【解析】 原式 $= 2b + 4a - 2 - 3a + 4 - 2a$
 $= 2b - a + 2$,
 $\because 2b - a = -3$,
 $\therefore$ 原式 $= -3 + 2 = -1$.

【标注】 【知识点】 整式乘除化简求值-整体代入化简求值

12. 已知 $-2x + 8y = -1$, $xy = 5$, 求 $(6xy + 9y) - [8x - (5xy - y + 6x)]$ 的值 .

【答案】 54 .

【解析】 $(6xy + 9y) - [8x - (5xy - y + 6x)]$

$$\begin{aligned}
&= 6xy + 9y - (8x - 5xy + y - 6x) \\
&= 6xy + 9y - 8x + 5xy - y + 6x \\
&= 11xy + 8y - 2x, \\
&\because -2x + 8y = -1, xy = 5, \\
&\therefore 11xy + 8y - 2x \\
&= 11 \times 5 + (-1) \\
&= 55 - 1 \\
&= 54.
\end{aligned}$$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

13. 已知： $x - 5y + 1 = 4$ ，求 $4x - 2y - 3(x + y) + 5$ 的值。

【答案】 8。

【解析】 $\because x - 5y + 1 = 4$,

$$\therefore x - 5y = 3,$$

$$\text{原式} = 4x - 2y - 3x - 3y + 5$$

$$= x - 5y + 5$$

$$= 3 + 5$$

$$= 8.$$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

14. 先化简，再求值： $2(m^2n - n + 1) - (2m^2n - 3m - 1)$ ，其中 m 、 n 满足 $3m - 2n - 1 = 0$ 。

【答案】 4 .

【解析】 $2(m^2n - n + 1) - (2m^2n - 3m - 1)$
 $= 2m^2n - 2n + 2 - 2m^2n + 3m + 1$
 $= 3m - 2n + 3$
 $\because 3m - 2n - 1 = 0,$
 $\therefore 3m - 2n = 1,$
 $\therefore \text{原式} = 1 + 3 = 4.$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

15. 已知 $a^3 + b^3 = 27$, $a^2b - ab^2 = -6$, 求代数式 $(b^3 - a^3) + (a^2b - 3ab^2) - 2(b^3 - ab^2)$ 的值 .

【答案】 -33 .

【解析】 原式 $= b^3 - a^3 + a^2b - 3ab^2 - 2b^3 + 2ab^2$
 $= (b^3 - 2b^3) - a^3 + a^2b - (3ab^2 - 2ab^2)$
 $= -b^3 - a^3 + a^2b - ab^2$
 $= -(a^3 + b^3) + (a^2b - ab^2).$
代入原式 $= -27 - = -33.$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

16. 已知 $x - 2y + z = 1$, $x^2 + y^2 - z^2 = -2$, 求
 $2(x^2 - y^2 - z^2) - (2x - 4y - 3y^2) - (x^2 - z^2 + 2z)$ 的值 .

【答案】 -4 .

【解析】 $2(x^2 - y^2 - z^2) - (2x - 4y - 3y^2) - (x^2 - z^2 + 2z) = x^2 + y^2 - z^2 - 2x + 4y - 2z$
 $= x^2 + y^2 - z^2 - 2(x - 2y + z) = -2 - 2 = -4$.

【标注】 【知识点】 整式乘除化简求值-整体代入化简求值

二、 降幂思想求值

17. 如果 $a^2 + a - 1 = 0$, 则 $a^3 + 2a^2 + 2$ 的值为 () .

A. -1

B. 1

C. 2

D. 3

【答案】 D

【解析】 $\because a^2 + a - 1 = 0$,
 $\therefore a^2 = -a + 1$,
 $\therefore a^3 + 2a^2 + 2$
 $= a \cdot a^2 + 2a^2 + 2$
 $= a \cdot (-a + 1) + 2(-a + 1) + 2$
 $= -a^2 + a - 2a + 2 + 2$
 $= -(-a + 1) - a + 4$
 $= a - 1 - a + 4$
 $= 3$,
故选D .

【标注】 【知识点】 整式加减化简求值-降次化简求值

18. 若 $a^2 + a = -1$, 则 $a^4 + 2a^3 - 3a^2 - 4a + 3$ 的值为 () .

A. 8

B. 7

C. 10

D. 12

【答案】 A

【解析】 应用降次法 .

【标注】【知识点】整式加减化简求值-降次化简求值

19. 若 $x^2 + 2x - 1 = 0$ ，则 $x^3 - 5x + 2019$ 的值等于 _____ 。

【答案】 2017

【解析】 我们看到这种三次的多项式时，我们想到的是降次：将 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 整理成降次的形式 $x^2 = -2x + 1$ ，通过整体代入来进行降次。

$$\begin{aligned} \text{于是原式} &= x(-2x + 1) - 5x + 2019 \\ &= -2x^2 - 4x + 2019 \\ &= -2(-2x + 1) - 4x + 2019 \\ &= 2017. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-降次化简求值

20. 若 $x^2 + x - 1 = 0$ ，则 $2x^5 + 2x^4 - x^3 - 2x + 11 =$ _____ 。

【答案】 10

【解析】 $\because x^2 + x - 1 = 0$ ，

$$\begin{aligned} \therefore x^2 &= 1 - x, \\ 2x^5 + 2x^4 - x^3 - 2x + 11 &= 2x^3(x^2 + x) - x^3 - 2x + 11 \\ &= 2x^3 - x^3 - 2x + 11 \\ &= x^3 - 2x + 11 \\ &= x \cdot x^2 - 2x + 11 \\ &= x(1 - x) - 2x + 11 \\ &= x - x^2 - 2x + 11 \\ &= -x^2 - x + 11 \\ &= -(x^2 + 1) + 11 \\ &= 10. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-降次化简求值

21. 已知 $x^2 - x + 1 = 0$ ，求代数式 $x^6 - 2x^4 - 2x^2 + 5$ 的值为 _____ 。

【答案】 8

【解析】 $x^2 - x + 1 = 0$, $\therefore x^2 = x - 1$,

$$\begin{aligned}\text{原式} &= (x^4 - 2)(x^2 - 2) + 1, \\&= [(x - 1)^2 - 2](x - 3) + 1, \\&= (x^2 - 2x - 1)(x - 3) + 1, \\&= -(x + 2)(x - 3) + 1, \\&= -x^2 + x + 7, \\&= 8.\end{aligned}$$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-降次化简求值

22. 已知 $2x^2 + x - 5 = 0$, 求代数式 $6x^3 + 7x^2 - 13x + 11$ 的值.

【答案】 21.

【解析】 $\because 2x^2 + x - 5 = 0$

$$\begin{aligned}\therefore 2x^2 + x &= 5 \\ \text{原式} &= 6x^3 + 7x^2 - 13x + 11 \\&= 6x^3 + 3x^2 + 2x^2 + x + 2x^2 - 14x + 11 \\&= 3x(2x^2 + x) + 2x^2 + x + 2x^2 - 14x + 11 \\&= 15x + 5 + 2x^2 - 14x + 11 \\&= 2x^2 + x + 16 \\&= 5 + 16 \\&= 21.\end{aligned}$$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-降次化简求值

23. 如果 $a^2 + a - 1 = 0$, 求 $a^3 + 2a^2 + 2$ 的值.

【答案】 3 .

【解析】 解法1 : $\because a^2 + a - 1 = 0$, $\therefore a^2 + a = 1$,

$$\therefore a^3 + 2a^2 + 2 = a^3 + a^2 + a^2 + 2$$

$$= a(a^2 + a) + a^2 + 2 ,$$

$$= a + a^2 + 2$$

$$= 1 + 2$$

$$= 3 .$$

解法2 : $\because a^2 + a - 1 = 0$,

$$\therefore a^2 = 1 - a ,$$

$$\therefore a^3 + 2a^2 + 2 = aa^2 + 2a^2 + 2$$

$$= a(1 - a) + 2a^2 + 2$$

$$= a - a^2 + 2a^2 + 2$$

$$= a + a^2 + 2$$

$$= 1 + 2$$

$$= 3 .$$

【标注】 【知识点】 整式乘除化简求值-降次化简求值

三、 赋值求值

24. 当 $x = -1$, 多项式 $ax^5 + bx^3 + cx - 1$ 的值是 5 , 则当 $x = 1$, 它的值是 () .

A. -7

B. -3

C. -17

D. 7

【答案】 A

【解析】 把 $x = -1$ 代入 $ax^5 + bx^3 + cx - 1$ 中 , 得 $-a - b - c - 1 = 5$,

$$\therefore a + b + c = -6 ,$$

把 $x = 1$ 代入 $ax^5 + bx^3 + cx - 1$, 得 $a + b + c - 1 = -6 - 1 = -7$.

故选A.

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-整体代入化简求值

25. 已知 $(x+2)^5 = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$, 则 $16b + 4d + f$ 的值是().

A. 512

B. 1024

C. 2048

D. 4096

【答案】A

【解析】令 $x = 2$,

$$\text{则}(2+2)^5 = 2^5a + 2^4b + 2^3c + 2^2d + 2e + f, \text{①}$$

令 $x = -2$,

$$\text{则}(-2+2)^5 = (-2)^5a + (-2)^4b + (-2)^3c + (-2)^2d + (-2)e + f, \text{②}$$

$$\frac{\text{①} + \text{②}}{2} = 16b + 4d + f = 512.$$

【标注】【知识点】高次方公式

26. 若 $x = -2$ 时, 代数式 $ax^3 + bx - 1$ 的值为3, 则当 $x = 2$ 时, 该代数式的值为_____.

【答案】-5

【解析】 $\because$ 当 $x = -2$ 时, $ax^3 + bx - 1 = -8a - 2b - 1 = 3$,

$$\therefore 8a + 2b = -4.$$

$$\therefore \text{当} x = 2 \text{时}, ax^3 + bx - 1 = 8a + 2b - 1 = -4 - 1 = -5.$$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-条件化简求值

27. 若 $(2x^2 - x + 1)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$, 则 $a_1 + a_3 + a_5 =$ _____; $a_2 + a_4 + a_6 =$ _____.

【答案】-28; 35

【解析】令 $x = 0$, 可得 $1 = a_0$;

$$\text{令} x = 1, \text{可得} 8 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6;$$

$$\text{令} x = -1, \text{可得} 64 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6.$$

$$\text{两式相加, 得} 72 = 2a_0 + 2a_2 + 2a_4 + 2a_6,$$

$$\text{即} a_0 + a_2 + a_4 + a_6 = 36,$$

$$\text{故 } a_2 + a_4 + a_6 = 36 - 1 = 35 ;$$

$$\text{所以 } a_1 + a_3 + a_5 = 8 - 1 - 35 = -28 .$$

【标注】【知识点】利用特殊值解决高次展开式问题

28. 已知当 $x = 2$ 时, 多项式 $ax^3 + bx + 5$ 的值为 -3 .

(1) 求 $b + 4a - 6$ 的值 .

(2) 当 $x = -2$ 时, 试求这个多项式的值 .

【答案】 (1) -10 .

(2) 13 .

【解析】 (1) 当 $x = 2$ 时, 多项式 $ax^3 + bx + 5$ 的值为 -3 .

$$\text{则有 } 8a + 2b + 5 = -3 ,$$

$$\therefore 8a + 2b = -8 ,$$

$$4a + b = -4 ,$$

$$\therefore b + 4a - 6 = -10 .$$

(2) 当 $x = -2$ 时,

$$ax^3 + bx + 5 = (-2)^3 a + -2b + 5 = -8a - 2b + 5 = -(8a + 2b) + 5 = 8 + 5 = 13$$

【标注】【知识点】整式加减

29. 已知 $(2x - 1)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_7x^7$ 对任意 x 的值都成立, 求下列各式的值:

(1) $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_7$

(2) $a_1 + a_3 + a_5 + a_7$

【答案】(1) 1

(2) 1094

【解析】(1) $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_7 = (2 \times 1 - 1)^7 = 1$

$$(2) \begin{aligned} a_0 - a_1 + a_2 + \cdots - a_7 &= (-3)^7 = -2187 \\ a_1 + a_3 + a_5 + a_7 &= \frac{1 - (-2187)}{2} = 1094 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】整式乘除化简求值-直接代入化简求值

30. 已知 $(x^2 - x + 1)^6 = a_{12}x^{12} + a_{11}x^{11} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$.

(1) 求 $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{12}$ 的值.

(2) 求 $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{12}$ 的值.

【答案】(1) 1.

(2) 364.

【解析】(1) $\because (x^2 - x + 1)^6 = a_{12}x^{12} + a_{11}x^{11} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$,

$\therefore$ 当 $x = 1$ 时,

$$(x^2 - x + 1)^6 = a_{12} + a_{11} + \cdots + a_2 + a_1 + a_0 = 1 \text{ ①}.$$

(2) 当 $x = -1$ 时,

$$(x^2 - x + 1)^6 = a_{12} - a_{11} + a_{10} \cdots + a_2 - a_1 + a_0 = 729 \text{ ②}.$$

$$\begin{aligned} \text{①} + \text{②} &= 2(a_{12} + a_{10} + a_8 + \cdots + a_2 + a_0) \\ &= 730. \end{aligned}$$

$$\therefore a_{12} + a_{10} + a_8 + \cdots + a_2 + a_0 = 365.$$

$\therefore$ 当 $x = 0$ 时, $a_0 = 1$,

$$\begin{aligned} \therefore a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{12} &= 365 - 1 \\ &= 364. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】整式加减化简求值-条件化简求值